Requêtes récursives avec les CTE

Exemples avec SQL Server 2005

MVP SQL Server

Expert langage SQL, SGBDR, modélisation de données Enseigne à l'ISEN Toulon et aux Arts & Métiers

Nota : le texte de cet article est paru dans SQL Server Magazine d'octobre 2005

par Frédéric Brouard (SQLpro)

Date de publication :

Dernière mise à jour :

Tout le monde à déjà eu affaire au moins une fois dans sa vie à la récursion. Lorsque j'étais enfant, mes parents et moi vivions dans un immeuble parisien ou figuraient dans le hall deux glaces se faisant face. Lorsque je passais entre ces deux miroirs, mon image se reflétait à l'infini et j'étais assez fier de palper le concept de récursion sur ma personne ! C'est cela la récursion : un processus capable de se reproduire aussi longtemps que nécessaire.

Introduction
1 - Récursivité avec la norme SQL:1999
2 - Une simple expression de table (CTE : Common Table Expression)
3 - Deux astuces pour la récursion
4 - Un premier exemple, une hiérarchie basique
5 - Indentation hiérarchique
6 - Arbres SQL sans récursion
    6.1 - PREMIÉRES IMPRESSIONS
7 - Second exemple : un réseau complexe (et des requêtes plus sexy !)
8 - Que faire de plus ?
CONCLUSIONS
En bonus (CTE, requête récursive appliquée)
Bibliographie :

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Introduction

Tout le monde à déjà eu affaire au moins une fois dans sa vie à la récursion. Lorsque j'étais enfant, mes parents et moi vivions dans un immeuble parisien ou figuraient dans le hall deux glaces se faisant face. Lorsque je passais entre ces deux miroirs, mon image se reflétait à l'infini et j'étais assez fier de palper le concept de récursion sur ma personne ! C'est cela la récursion : un processus capable de se reproduire aussi longtemps que nécessaire.

Mais en termes "mécaniques" nous ne pouvons accepter une récursion infinie. Dans le monde réel, nous avons besoin que le processus s'arrête parce que notre monde apparaît fermé. Woody Alen, parlant de l'infini du temps, disait "l'éternité c'est long, surtout vers la fin..." !

En informatique la récursion est une technique particulière, capable dans certains cas de traiter avec élégance des problèmes complexes : quelques lignes suffisent à effectuer un travail parfois considérable. Mais la récursion induit certains effets pervers : les ressources pour effectuer le traitement sont maximisées par le fait que chaque appel réentrant du processus nécessite l'ouverture d'un environnement de travail complet ce qui possède un coût généralement très élevé en mémoire. Heureusement, un mathématicien dont je ne me rappelle plus le nom, a découvert que tout processus récursif pouvait s'écrire de manière itérative, à condition de disposer d'une "pile"

Mais notre propos est de parler de la récursivité dans le langage de requête SQL et en particulier de ce que fait SQL Server 2005 au regard de la norme SQL:1999.

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

1 - Récursivité avec la norme SQL:1999

Voici une syntaxe normative édulcorée du concept de requête récursive :

```
WITH [ RECURSIVE ] <surnom_requête> [ ( <liste_colonne> ) ]
AS ( <requête_select> )
<requête_utilisant_surnom_requête>
```

Simple, n'est-ce pas ? En fait tout le mécanisme de récursivité est situé dans l'écriture de la <requête_select>. Nous allons d'abord montrer une version simplifiée, mais non récursive d'une telle requête et, lorsque nous aurons vu ce que nous pouvons faire avec le mot clef WITH, nous dévoilerons un aspect plus "sexy" de SQL, utilisant la récursivité..

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

2 - Une simple expression de table (CTE : Common Table Expression)

L'utilisation du mot clef WITH, sans son complément RECURSIVE, permet de construire une expression de table dite "simple", soit en anglais "Common Table Expression" (CTE). En un sens, la CTE est une vue exprimée spécialement pour une requête et son usage exclusif et volatile. On peut donc parler de vue non persistante. L'utilisation classique du concept de CTE est de rendre plus clair l'écriture de requêtes complexes bâties à partir de résultats d'autres requêtes.

Voici un exemple basique :

Exemple 1

```
-- creation de la table
CREATE TABLE T_NEWS
(NEW_ID         INTEGER NOT NULL PRIMARY KEY,
 NEW_FORUM      VARCHAR(16),
 NEW_QUESTION   VARCHAR(32))
GO
-- population de la table
INSERT INTO T_NEWS VALUES (1, 'SQL', 'What is SQL ?')
INSERT INTO T_NEWS VALUES (2, 'SQL', 'What do we do now ?')
INSERT INTO T_NEWS VALUES (3, 'Microsoft', 'Is SQL 2005 ready for use ?')
INSERT INTO T_NEWS VALUES (4, 'Microsoft', 'Did SQL2000 use RECURSION ?')
INSERT INTO T_NEWS VALUES (5, 'Microsoft', 'Where am I ?')

-- la requête exprimée de manière traditionnelle :
SELECT COUNT(NEW_ID) AS NEW_NBR, NEW_FORUM
FROM    T_NEWS
GROUP   BY NEW_FORUM
HAVING COUNT(NEW_ID) = ( SELECT MAX(NEW_NBR)
                         FROM ( SELECT COUNT(NEW_ID) AS NEW_NBR, NEW_FORUM
                                FROM    T_NEWS
                                GROUP   BY NEW_FORUM ) T )
-- le resultat :
NEW_NBR     NEW_FORUM
----------- ----------------
3           Microsoft
```

Cette requête est assez classique dans le cadre d'un modèle de données de type "forum". Le but est de trouver la question qui a provoqué le plus de réponse. Pour exprimer une telle requête il faut faire un MAX(COUNT(ce qui n'est pas autorisé dans SQL du fait des groupages et doit donc être résolut par l'utilisation de sous requêtes. Mais notez que dans cette écriture, deux des SELECT présentent, à peu de choses près, la même structure :

Exemple 2

```
SELECT
COUNT(NEW_ID) AS NEW_NBR, NEW_FORUM
FROM    T_NEWS
GROUP   BY NEW_FORUM
```

L'utilisation du concept de CTE va rendre la requête plus lisible :

Exemple 3

```
WITH
   Q_COUNT_NEWS (NBR, FORUM)
   AS
     (SELECT COUNT(NEW_ID), NEW_FORUM
      FROM    T_NEWS
      GROUP   BY NEW_FORUM)
```


Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Exemple 3

```
SELECT NBR, FORUM
FROM   Q_COUNT_NEWS
WHERE  NBR = (SELECT MAX(NBR)
              FROM   Q_COUNT_NEWS)
```

En fait nous utilisant la vue éphémère Q_COUNT_NEWS introduite par le mot clef WITH, pour écrire d'une manière plus élégante, la solution à notre problème.

Comme dans la cadre d'une vue SQL, vous devez nommer la CTE et vous pouvez donner des noms particuliers aux colonnes du SELECT qui construit l'expression de la CTE, mais cette dernière disposition n'est pas obligatoire.

Dans les faits on peut enchaîner deux, trois ou autant de CTE que vous voulez dans une même requête, chaque CTE pouvant être construite à partie des expression des CET précédentes. Voici un exemple de ce concept de CTE gigogne :

Exemple 4

```
WITH
   Q_COUNT_NEWS (NBR, FORUM)
   AS
     (SELECT COUNT(NEW_ID), NEW_FORUM
      FROM   T_NEWS
      GROUP  BY NEW_FORUM),
   Q_MAX_COUNT_NEWS (NBR)
   AS (SELECT MAX(NBR)
       FROM   Q_COUNT_NEWS)
SELECT T1.*
FROM   Q_COUNT_NEWS T1
       INNER JOIN Q_MAX_COUNT_NEWS T2
             ON T1.NBR = T2.NBR
```

Cette requête donne le même résultat que les précédentes : la première CTE, Q_COUNT_NEWS est utilisée comme s'il s'agissait d'une table dans la seconde CTE, Q_MAX_COUNT_NEWS. Ces deux CTE sont jointes dans l'expression de requête pour donner le résultat. Notez la virgule qui sépare les deux expression de table.

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

3 - Deux astuces pour la récursion

Pour rendre récursive une requête, deux astuces sont nécessaires :

Premièrement, vous devez donner un point de départ au processus de récursion. Cela doit se faire avec deux requêtes liées. La première requête indique ou l'on doit commencer et la seconde là où l'on doit se rendre ensuite. Ces deux requêtes doivent être jointes par l'opération ensembliste UNION ALL.

Deuxièmement, vous devez effectuer une corrélation entre l'expression de requête CTE et le code SQL qui la compose, afin de progresser par étapes successives. Cela se fait en référençant le <surnom_requête> à l'intérieur du code SQL exprimant la CTE

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

4 - Un premier exemple, une hiérarchie basique

Pour cet exemple, j'ai choisit une table contenant une typologie de véhicules :

Exemple 5

```
-- creation de la table
CREATE TABLE T_VEHICULE
(VHC_ID          INTEGER NOT NULL PRIMARY KEY,
 VHC_ID_FATHER   INTEGER FOREIGN KEY REFERENCES T_VEHICULE (VHC_ID),
 VHC_NAME        VARCHAR(16))
-- population
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (1, NULL, 'ALL')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (2, 1, 'SEA')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (3, 1, 'EARTH')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (4, 1, 'AIR')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (5, 2, 'SUBMARINE')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (6, 2, 'BOAT')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (7, 3, 'CAR')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (8, 3, 'TWO WHEELES')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (9, 3, 'TRUCK')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (10, 4, 'ROCKET')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (11, 4, 'PLANE')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (12, 8, 'MOTORCYCLE')
INSERT INTO T_VEHICULE VALUES (13, 8, 'BYCYCLE')
```

Habituellement une hiérarchie se représente en utilisant une auto référence, c'est à dire à l'aide d'une clef étrangère provenant de la clef même de la table.

Les données de cette table peuvent se voir de la sorte :

```
ALL
|--SEA
|   |--SUBMARINE
|   |--BOAT
|--EARTH
|   |--CAR
|   |--TWO WHEELES
|   |   |--MOTORCYCLE
|   |   |--BYCYCLE
|   |--TRUCK
|--AIR
    |--ROCKET
    |--PLANE
```

Commençons maintenant à exprimer une première interrogation et demandons-nous d'où vient la moto ? En d'autres termes, nous recherchons les ancêtres de MOTORCYCLE. Nous devons donc partir de la ligne qui contient la moto :

Exemple 6

```
SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER
FROM   T_VEHICULE
WHERE  VHC_NAME = 'MOTORCYCLE'
```

Nous devons récupérer la valeur de l'identifiant père (VHC_ID_FATHER) pour aller à l'étape suivante.

La seconde requête, qui avance d'un pas dans l'arbre, doit être écrit comme suit :

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Exemple 7

```
SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER
FROM   T_VEHICULE
```

Comme on le voit, il n'y a aucune différence entre les deux requêtes à l'exception du filtre WHERE qui sert de point de départ. Souvenez-vous simplement que vous devez introduire un UNION ALL entre les deux requêtes afin d'assurer la liaison entre le départ et le pas suivant :

Exemple 8

```
SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER
FROM   T_VEHICULE
WHERE  VHC_NAME = 'MOTORCYCLE'
UNION ALL
SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER
FROM   T_VEHICULE
```

Plaçons maintenant cette requête composite dans code SQL qui bâtie l'expression de la CTE :

Exemple 9

```
WITH
   tree (data, id)
   AS (SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER
       FROM   T_VEHICULE
       WHERE  VHC_NAME = 'MOTORCYCLE'
       UNION ALL
       SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER
       FROM   T_VEHICULE)
```

Nous sommes maintenant près de la récursion. La dernière étape de notre travail consiste à générer le cycle de récursion. Cela se fait en utilisant le nom de la CTE (ici "tree") à l'intérieur même de l'expression. Dans notre cas nous devons joindre à la seconde requête SELECT de l'expression CTE, la "table" tree à la table T_VEHICULE et assurer le chaînage par une jointure entre les identifiants : tree.id = (second query).VHC_ID.

Cela se réalise ainsi :

Exemple 10

```
WITH
   tree (data, id)
   AS (SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER
       FROM   T_VEHICULE
       WHERE  VHC_NAME = 'MOTORCYCLE'
       UNION ALL
       SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER
       FROM   T_VEHICULE V
              INNER JOIN tree t
                    ON t.id = V.VHC_ID)
SELECT *
FROM   tree
```

Il n'y a plus rien à faire que d'exprimer une requête finale, la plus simple possible, basée sur la CTE afin d'afficher les données :

```
data             id
---------------- -----------
```


Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

```
MOTORCYCLE        8
TWO WHEELES       3
EARTH             1
ALL               NULL
```

Regardons maintenant la façon dont nous avons lié les tables et la CTE d'une façon pseudo graphique :

```
correlation
        _________________________________
       |                                 |
       v                                 |
WITH tree (data, id)                     |
AS (SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER       |
    FROM   T_VEHICULE                    |
    WHERE  VHC_NAME = 'MOTORCYCLE'       |
    UNION ALL                            |
    SELECT VHC_NAME, VHC_ID_FATHER       |
    FROM   T_VEHICULE V                  |
           INNER JOIN tree t <-----------
                 ON t.id = V.VHC_ID)
SELECT *
FROM   tree
```

La question que l'on peut se poser est la suivante : qu'est ce qui a stoppé le processus de récursion ? C'est simplement le fait que plus rien ne peut être chaîné dès que l'identifiant atteint le marqueur NULL, ce qui est le cas dans notre exemple lorsque nous atteignons la colonne ou VHC_NAME = "ALL".

Maintenant vous avez la technique. Veuillez simplement noter que pour une raison que je ne m'explique pas encore, MS SQL Server n'accepte pas la présence du mot clef RECURSIVE suivant le mot clef WITH, alors que la norme le préconise...

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

5 - Indentation hiérarchique

Une chose importante et souvent réclamé avec les données structurées sous forme arborescentes, est de les voir à la manière d'un arbre... ce qui suppose une indentation des items combinée à un ordre particulier, lors de la restitution des données. Est-ce possible avec SQL ? Oui, bien sûr. Pour réaliser cet ordonnancement des données, nous devons connaître le cheminement dans l'arbre et le niveau du noeud, deux informations qui nous aiderons à rajouter des espaces d'indentation et à trier les lignes du résultat dans le bon ordre.

Il faut donc calculer à la fois le chemin et le niveau, et cela est possible avec la CTE :

Exemple 11

```
WITH tree (data, id, level, pathstr)
AS (SELECT VHC_NAME, VHC_ID, 0,
           CAST('' AS VARCHAR(MAX))
    FROM   T_VEHICULE
    WHERE  VHC_ID_FATHER IS NULL
    UNION ALL
    SELECT VHC_NAME, VHC_ID, t.level + 1, t.pathstr + V.VHC_NAME
    FROM   T_VEHICULE V
           INNER JOIN tree t
                 ON t.id = V.VHC_ID_FATHER)
SELECT SPACE(level) + data as data, id, level, pathstr
FROM   tree
ORDER  BY pathstr, id

data                 id          level       pathstr
-------------------- ----------- ----------- --------------------------------
ALL                  1           0
 AIR                 4           1           AIR
  PLANE              11          2           AIRPLANE
  ROCKET             10          2           AIRROCKET
 EARTH               3           1           EARTH
  CAR                7           2           EARTHCAR
  TRUCK              9           2           EARTHTRUCK
  TWO WHEELES        8           2           EARTHTWO WHEELES
   BYCYCLE           13          3           EARTHTWO WHEELESBYCYCLE
   MOTORCYCLE        12          3           EARTHTWO WHEELESMOTORCYCLE
 SEA                 2           1           SEA
  BOAT               6           2           SEABOAT
  SUBMARINE          5           2           SEASUBMARINE
```

Pour réaliser ce tour de force, nous avons utilisé un nouveau type de données introduit avec la version 2005 de SQL Server, le type VARCHAR(max) afin de ne pas limiter la concaténation des points de passage à quelques caractères. En effet, la profondeur d'un arbre peut être importante et dans ce cas la concaténation du nom des étapes peut conduire à saturer une colonne traditionnellement limitée à quelques caractères.

De plus et afin d'éliminer certains effets de bord, nous vous conseillons d'introduire un marqueur entre les noms des différents noeuds, par exemple le caractère "virgule" suivi d'un espace afin de lier les étapes. Cela empêchera de confondre une étape comme MARSALES (24) avec la concaténation de deux autres étapes comme ALES (30) et MARS (07).

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

6 - Arbres SQL sans récursion

Mais je dois dire que les représentations hiérarchiques par auto référence ne sont pas d'intéressants sujets pour la récursion... Pourquoi ? Parce qu'il existe une possibilité de structuration des données qui élimine tout traitement récursif !

Souvenez-vous de ce que j'ai dit dans le chapeau de cet article : vous pouvez vous passer de la récursion à condition de disposer d'une pile. Est-ce possible ? Oui : il suffit de rajouter la pile à la table... Comment ? En utilisant deux nouvelles colonnes RIGHT_BOUND et LEFT_BOUND...

Exemple 12

```
ALTER TABLE T_VEHICULE ADD RIGHT_BOUND INTEGER
ALTER TABLE T_VEHICULE ADD LEFT_BOUND INTEGER
```

Maintenant, à la manière d'un magicien, je vais ajouter des données a ces deux nouvelles colonnes. Des chiffres astucieusement calculés pour rendre inutile le recours à la récursivité pour toutes nos interrogations :

Exemple 13

```
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 1 , RIGHT_BOUND = 26 WHERE VHC_ID = 1
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 2 , RIGHT_BOUND = 7  WHERE VHC_ID = 2
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 8 , RIGHT_BOUND = 19 WHERE VHC_ID = 3
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 20, RIGHT_BOUND = 25 WHERE VHC_ID = 4
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 3 , RIGHT_BOUND = 4  WHERE VHC_ID = 5
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 5 , RIGHT_BOUND = 6  WHERE VHC_ID = 6
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 9 , RIGHT_BOUND = 10 WHERE VHC_ID = 7
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 11, RIGHT_BOUND = 16 WHERE VHC_ID = 8
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 17, RIGHT_BOUND = 18 WHERE VHC_ID = 9
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 21, RIGHT_BOUND = 22 WHERE VHC_ID = 10
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 23, RIGHT_BOUND = 24 WHERE VHC_ID = 11
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 12, RIGHT_BOUND = 13 WHERE VHC_ID = 12
UPDATE T_VEHICULE SET LEFT_BOUND = 14, RIGHT_BOUND = 15 WHERE VHC_ID = 13
```

Et voici maintenant la requête "magique" qui donne le même résultat que notre précédente requête exprimée sous la forme complexe de la CTE récursive :

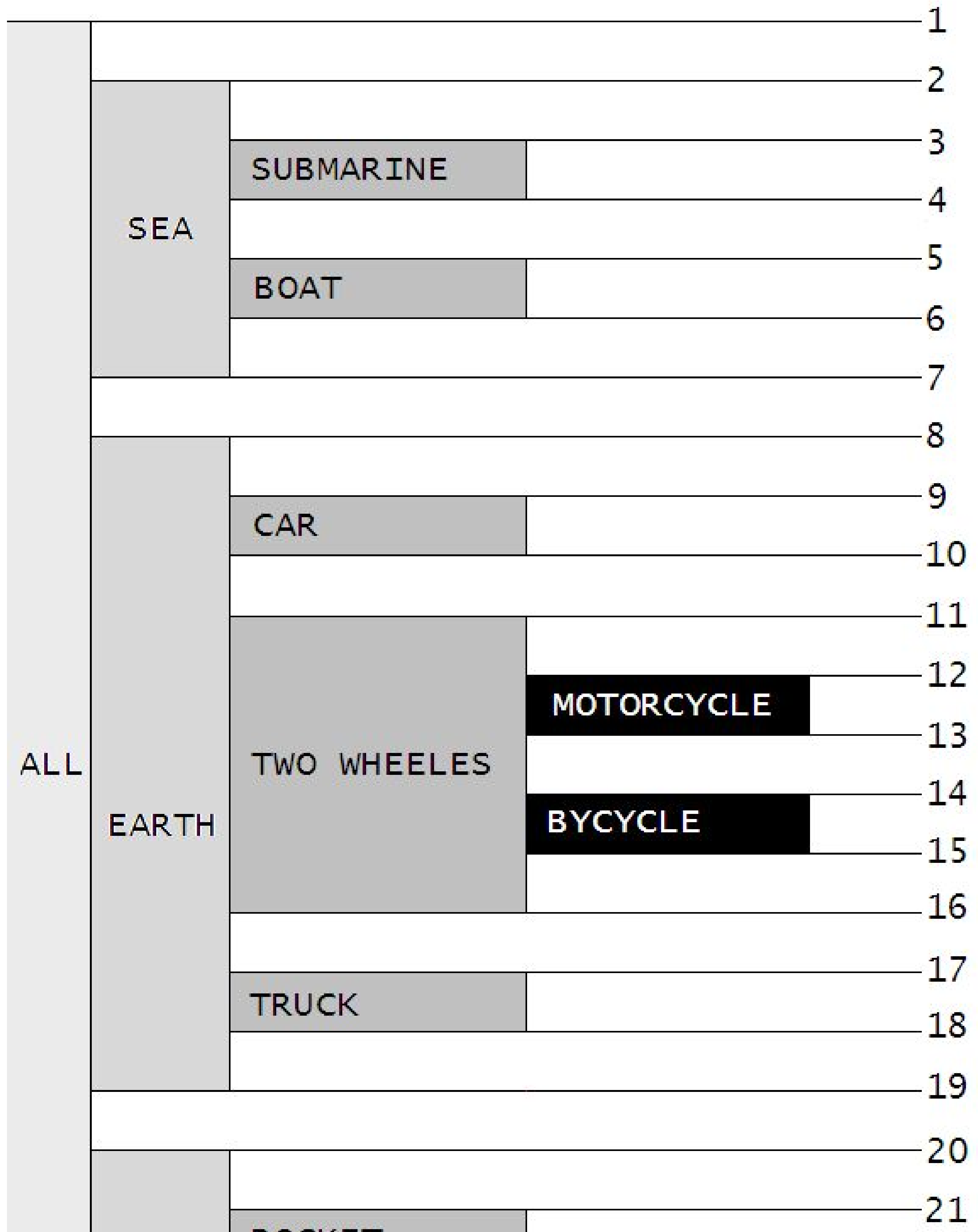
Exemple 14

```
SELECT *
FROM   T_VEHICULE
WHERE  RIGHT_BOUND > 12
  AND  LEFT_BOUND < 13

VHC_ID      VHC_ID_FATHER VHC_NAME         RIGHT_BOUND LEFT_BOUND
----------- ------------- ---------------- ----------- -----------
1           NULL          ALL              26          1
3           1             EARTH            19          8
8           3             TWO WHEELES      16          11
12          8             MOTORCYCLE       13          12
```

La question est maintenant la suivante : quel est le truc ? En fait, nous avons réalisé la pile en numérotant les données par tranches. Comme rien ne vaut une image pour visualiser un tel concept, voici ce que j'ai dessiné :

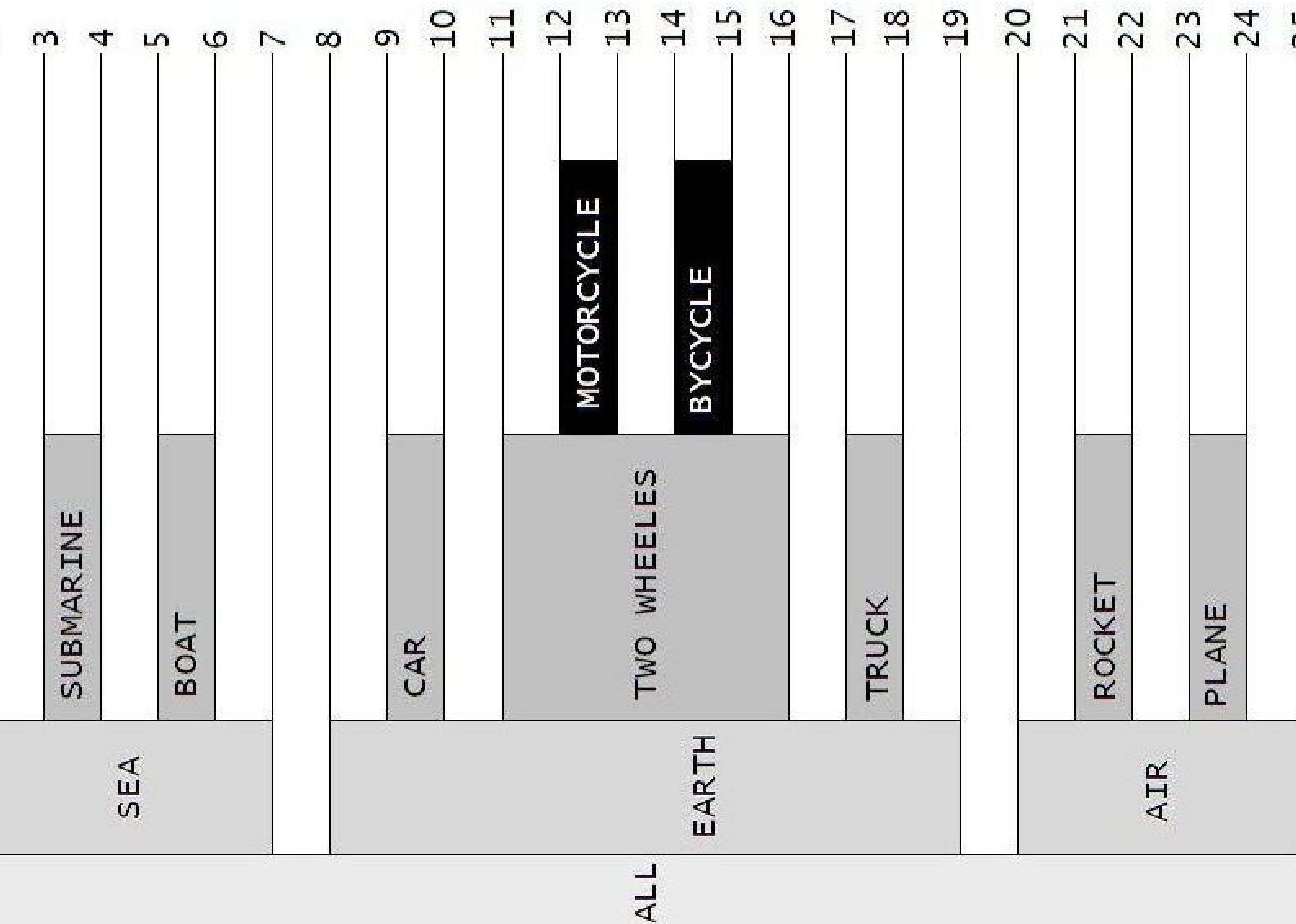
Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
SUBMARINE
SEA
BOAT
CAR
MOTORCYCLE
ALL
TWO WHEELES
EARTH
BYCYCLE
TRUCK

La seule chose que j'ai fait, c'est de numéroter continuellement en commençant par 1 toutes les bornes droites et gauches des empilements de données constitués par chacune de nos données.

Afin d'obtenir la requête précédente, j'ai simplement pris les bornes de MOTORCYCLE, c'est à dire 12 gauche et 13 droite afin de les placer dans la clause WHERE et demandé d'extraire les lignes de la table pour lesquelles les valeurs des colonnes RIGHT BOUND étaient supérieures à 12 et LEFT BOUND inférieures à 13.

Notez d'ailleurs que mon joli dessin serait plus compréhensible si je l'avais fait pivoter de 90° :



J'espère ainsi que vous voyez mieux les piles ! Cette représentations est d'ailleurs connue dans la littérature spécialisée sous le nom de "représentation intervallaire des arborescences", en particulier dans le livre de Joe Celko "SQL Avancé" (Vuibert éditeur) ainsi que sur mon site web SQLpro sur lequel vous trouverez en outre toutes les requêtes et les procédures stockées MS SQL Server adéquates pour faire fonctionner un tel arbre (http://sqlpro.developpez.com/cours/arborescence/).

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Dernière question sur ce modèle : pouvons nous reproduire l'indentation hiérarchique présentée dans la dernière requête construite avec la CTE ? Oui bien sûr, et cela d'autant plus facilement si l'on ajoute une nouvelle colonne indiquant le niveau du noeud. C'est simple à calculer puisque le niveau d'un noeud est celui du noeud de rattachement +1 si l'insertion se fait en fils, ou encore le même si l'insertion se fait en frère, et qu'a la première insertion, donc à la racine de l'arbre, le niveau est 0.

Voici maintenant les ordres SQL modifiant notre table pour assurer cette fonction :

Exemple 15

```
ALTER TABLE T_VEHICULE
ADD LEVEL INTEGER

UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 0 WHERE VHC_ID = 1
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 1 WHERE VHC_ID = 2
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 1 WHERE VHC_ID = 3
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 1 WHERE VHC_ID = 4
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 2 WHERE VHC_ID = 5
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 2 WHERE VHC_ID = 6
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 2 WHERE VHC_ID = 7
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 2 WHERE VHC_ID = 8
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 2 WHERE VHC_ID = 9
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 2 WHERE VHC_ID = 10
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 2 WHERE VHC_ID = 11
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 3 WHERE VHC_ID = 12
UPDATE T_VEHICULE SET LEVEL = 3 WHERE VHC_ID = 13
```

Voici la requête présentant les données sous forme d'une arborescence avec indentation hiérarchique :

Exemple 16

```
SELECT SPACE(LEVEL) + VHC_NAME as data
FROM   T_VEHICULE
ORDER  BY LEFT_BOUND

data
-----------------------
ALL
 SEA
  SUBMARINE
  BOAT
 EARTH
  CAR
  TWO WHEELES
   MOTORCYCLE
   BYCYCLE
  TRUCK
 AIR
  ROCKET
  PLANE
```

Beaucoup plus simples n'est-ce pas ?

6.1 - PREMIÉRES IMPRESSIONS

La seule chose à dire au sujet de ces deux techniques de navigation dans les arbres est que le modèle par intervalle est beaucoup plus performant pour l'extraction des données que l'utilisation de l'expression de table récursive (CTE) introduite avec la norme SQL:1999.

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

En fait la récursivité dans SQL n'est pas si intéressante que cela dans ce cadre... Mais qu'en est-il dans un autre ? C'est ce que nous allons voir !

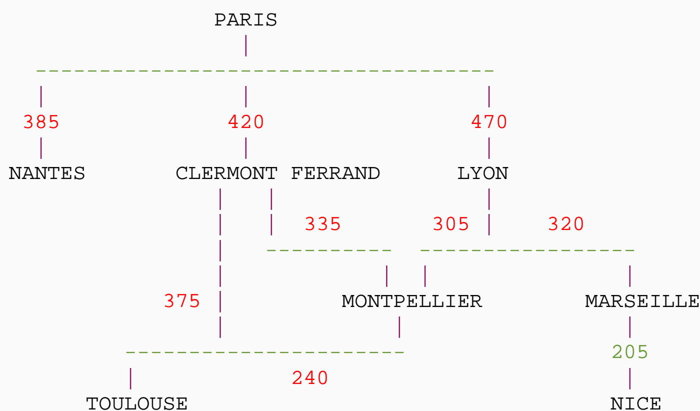
Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

7 - Second exemple : un réseau complexe (et des requêtes plus sexy !)

Peut être ne voyagez-vous pas assez souvent en France. En tout cas ce que je peux vous dire, c'est qu'à Paris il y a des jolies filles et à Toulouse un délicieux plat appelé cassoulet et un petit constructeur d'avion de nom francisé "bus de l'air"...

Plus sérieusement, notre problème consiste à nous rendre de paris à Toulouse en utilisant le réseau autoroutier :

Exemple 17




```
-- creation de la table :
CREATE TABLE T_JOURNEY
(JNY_FROM_TOWN  VARCHAR(32),
 JNY_TO_TOWN    VARCHAR(32),
 JNY_MILES      INTEGER)
-- population  :
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('PARIS', 'NANTES', 385)
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('PARIS', 'CLERMONT-FERRAND', 420)
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('PARIS', 'LYON', 470)
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('CLERMONT-FERRAND', 'MONTPELLIER', 335)
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('CLERMONT-FERRAND', 'TOULOUSE', 375)
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('LYON', 'MONTPELLIER', 305)
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('LYON', 'MARSEILLE', 320)
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('MONTPELLIER', 'TOULOUSE', 240)
INSERT INTO T_JOURNEY VALUES ('MARSEILLE', 'NICE', 205)
```

Essayons maintenant une simple requête donnant tous les trajets entre deux villes :

Exemple 18

```
WITH journey (TO_TOWN)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN
    FROM   T_JOURNEY
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN)
SELECT *
FROM   journey

TO_TOWN
--------------------------------
CLERMONT-FERRAND
LYON
```


Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Exemple 18

```
MARSEILLE
MONTPELLIER
PARIS
NANTES
CLERMONT-FERRAND
LYON
MONTPELLIER
MARSEILLE
NICE
TOULOUSE
MONTPELLIER
TOULOUSE
TOULOUSE
TOULOUSE
NICE
MONTPELLIER
MARSEILLE
NICE
TOULOUSE
MONTPELLIER
TOULOUSE
TOULOUSE
```

Constatez avec moi que ce n'est pas très intéressant car nous ne savons pas d'où nous venons. Seul la destination figure dans la réponse et il est probable que plusieurs trajets figurent pour un même voyage.. Pouvons nous avoir plus d'informations ?

Premièrement considérons que nous devons partir de Paris :

Exemple 19

```
WITH journey (TO_TOWN)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN
    FROM   T_JOURNEY
    WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN)
SELECT *
FROM   journey

TO_TOWN
--------------------------------
PARIS
NANTES
CLERMONT-FERRAND
LYON
MONTPELLIER
MARSEILLE
NICE
TOULOUSE
MONTPELLIER
TOULOUSE
TOULOUSE
```

Nous avons probablement trois trajets différents pour aller à Toulouse. Pouvons nous filtrer la destination ? Bien sûr :

Exemple 20

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Exemple 20

```
WITH journey (TO_TOWN)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN
    FROM   T_JOURNEY
    WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN)
SELECT *
FROM   journey
WHERE  TO_TOWN = 'TOULOUSE'

TO_TOWN
--------------------------------
TOULOUSE
TOULOUSE
TOULOUSE
```

Nous pouvons affiner cette requête afin qu'elle nous donne le nombre d'étapes des différents trajets, entre l'origine et la destination :

Exemple 21

```
WITH journey (TO_TOWN, STEPS)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN, 0
    FROM   T_JOURNEY
    WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN, departure.STEPS + 1
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN)
SELECT *
FROM   journey
WHERE  TO_TOWN = 'TOULOUSE'

TO_TOWN                          STEPS
-------------------------------- -----------
TOULOUSE                         3
TOULOUSE                         2
TOULOUSE                         3
```

La cerise sur le gâteau serait de connaître la distance des différents trajets. Cela s'exprime comme ceci :

Exemple 22

```
WITH journey (TO_TOWN, STEPS, DISTANCE)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN, 0, 0
    FROM   T_JOURNEY
    WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN, departure.STEPS + 1
           , departure.DISTANCE + arrival.JNY_MILES
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN)
SELECT *
FROM   journey
WHERE  TO_TOWN = 'TOULOUSE'
```


Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Exemple 22

```
TO_TOWN                  STEPS       DISTANCE
------------------------ ----------- -----------
TOULOUSE                 3           1015
TOULOUSE                 2           795
TOULOUSE                 3           995
```

La fille qui surgit du gâteau consisterait à afficher les différentes étapes intermédiaires de chaque trajet :

Exemple 23

```
WITH journey (TO_TOWN, STEPS, DISTANCE, WAY)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN, 0, 0, CAST('PARIS' AS VARCHAR(MAX))
    FROM   T_JOURNEY
    WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN, departure.STEPS + 1
           , departure.DISTANCE + arrival.JNY_MILES
           , departure.WAY + ', ' + arrival.JNY_TO_TOWN
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN)
SELECT *
FROM   journey
WHERE  TO_TOWN = 'TOULOUSE'

TO_TOWN    STEPS   DISTANCE  WAY
---------- ------- --------- ---------------------------------------------
TOULOUSE   3       1015      PARIS, LYON, MONTPELLIER, TOULOUSE
TOULOUSE   2       795       PARIS, CLERMONT-FERRAND, TOULOUSE
TOULOUSE   3       995       PARIS, CLERMONT-FERRAND, MONTPELLIER, TOULOUSE
```

Et maintenant, mesdames et messieurs, la technique de la CTE alliée à la puissance de la récursivité SQL sont fiers de vous présenter la solution à un problème de grande complexité, le problème du voyageur de commerce, un des casses têtes de la recherche opérationnelle sur lequel le mathématicien Edsger Wybe Dijkstra trouva un algorithme et lui valu le prix Turing en 1972... :

Exemple 24

```
WITH journey (TO_TOWN, STEPS, DISTANCE, WAY)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN, 0, 0, CAST('PARIS' AS VARCHAR(MAX))
    FROM   T_JOURNEY
    WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN, departure.STEPS + 1,
           departure.DISTANCE + arrival.JNY_MILES,
           departure.WAY + ', ' + arrival.JNY_TO_TOWN
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN)
SELECT TOP 1 *
FROM   journey
WHERE  TO_TOWN = 'TOULOUSE'
ORDER  BY DISTANCE

TO_TOWN    STEPS   DISTANCE  WAY
---------- ------- --------- ---------------------------------------------
TOULOUSE   2       795       PARIS, CLERMONT-FERRAND, TOULOUSE
```

Au fait, TOP n ne fait pas partie de la norme SQL... haïssez-le et bénissez la CTE :

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Exemple 25

```
WITH
   journey (TO_TOWN, STEPS, DISTANCE, WAY)
   AS
      (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN, 0, 0, CAST('PARIS' AS VARCHAR(MAX))
       FROM   T_JOURNEY
       WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
       UNION  ALL
       SELECT JNY_TO_TOWN, departure.STEPS + 1,
              departure.DISTANCE + arrival.JNY_MILES,
              departure.WAY + ', ' + arrival.JNY_TO_TOWN
       FROM   T_JOURNEY AS arrival
              INNER JOIN journey AS departure
                    ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN),
   short (DISTANCE)
   AS
      (SELECT MIN(DISTANCE)
       FROM   journey
       WHERE  TO_TOWN = 'TOULOUSE')
SELECT *
FROM   journey j
       INNER JOIN short s
             ON j.DISTANCE = s.DISTANCE
WHERE  TO_TOWN = 'TOULOUSE'
```


Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

8 - Que faire de plus ?

En fait, une chose qui a limité notre processus de recherche dans notre réseau autoroutier, c'est que nous avons inséré les routes en sens unique. Je veux dire par-là que nos données permettent d'aller de Paris à Lyon, mais pas de Lyon à paris. Pour cela nous devons ajouter les routes inverses :

```
JNY_FROM_TOWN  JNY_TO_TOWN  JNY_MILES
-------------- ------------ ---------
LYON           PARIS        470
```

Cela peu être fait par une requête on ne peut plus simple :

Exemple 26

```
INSERT INTO T_JOURNEY
SELECT JNY_TO_TOWN, JNY_FROM_TOWN, JNY_MILES
FROM T_JOURNEY
```

Mais dès lors nos requêtes précédentes sont prises en défaut :

Exemple 27

```
WITH journey (TO_TOWN)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN
    FROM   T_JOURNEY
    WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN)
SELECT *
FROM   journey

TO_TOWN
--------------------------------
PARIS
NANTES
CLERMONT-FERRAND
LYON
....
LYON
MONTPELLIER
MARSEILLE
PARIS

Msg 530, Level 16, State 1, Line 1
The statement terminated. The maximum recursion 100 has been exhausted before statement completion.
```

Que s'est-il passé ? Très simplement, le système essaye toutes les routes, y compris les trajets "ping-pong" comme Paris, Lyon, Paris, Lyon, Paris... ad infinitum... Est-il possible de se débarrasser des trajets "cycliques" ? Sans doute. Dans l'une de nos précédentes requête nous avons utilisé une colonne donnant la liste des étapes du trajet. Pourquoi ne pas l'utiliser pour empêcher un cycle de se produire ? La condition serait : ne pas passer par une ville dont le nom se trouve déjà dans la liste de ville du chemin (WAY). Ce qui peut s'écrire comme ceci :

Exemple 28

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Exemple 28

```
WITH journey (TO_TOWN, STEPS, DISTANCE, WAY)
AS
   (SELECT DISTINCT JNY_FROM_TOWN, 0, 0, CAST('PARIS' AS VARCHAR(MAX))
    FROM   T_JOURNEY
    WHERE  JNY_FROM_TOWN = 'PARIS'
    UNION  ALL
    SELECT JNY_TO_TOWN, departure.STEPS + 1,
           departure.DISTANCE + arrival.JNY_MILES,
           departure.WAY + ', ' + arrival.JNY_TO_TOWN
    FROM   T_JOURNEY AS arrival
           INNER JOIN journey AS departure
                 ON departure.TO_TOWN = arrival.JNY_FROM_TOWN
    WHERE  departure.WAY NOT LIKE '%' + arrival.JNY_TO_TOWN + '%')
SELECT *
FROM   journey
WHERE  TO_TOWN = 'TOULOUSE'

TO_TOWN  STEPS DISTANCE WAY
-------- ----- -------- ------------------------------------------------------
TOULOUSE 3     1015     PARIS, LYON, MONTPELLIER, TOULOUSE
TOULOUSE 4     1485     PARIS, LYON, MONTPELLIER, CLERMONT-FERRAND, TOULOUSE
TOULOUSE 2     795      PARIS, CLERMONT-FERRAND, TOULOUSE
TOULOUSE 3     995      PARIS, CLERMONT-FERRAND, MONTPELLIER, TOULOUSE
```

Comme vous pouvez le constater, une nouvelle route apparaît. C'est la plus longue, mais peut être la plus belle !

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

CONCLUSIONS

Avec les CTE et donc la possibilité d'écrire des requêtes récursives, le langage SQL devient un langage complet capable de traiter en une seule requête le problème le plus complexe qui soit.

L'expression de table CTE peut simplifier l'écriture de requêtes complexes. Les requêtes récursives ne doivent être employées que lorsque la récursivité apparaît comme la seule solution. Si vous faites une erreur dans l'écriture de votre requête récursive, n'ayez pas peur, par défaut le nombre de cycles de récursion est limité à 100. Vous pouvez outrepasser cette limite en fixant vous-même la valeur à l'aide de la clause OPTION (MAXRECURSION n), qui doit figurer en dernier dans la requête.

Enfin, sachez que la norme SQL:1999 propose des compléments syntaxiques pour piloter votre SQL récursif. Par exemple vous pouvez naviguer dans les données DEPTH FIRST ou BREADTH FIRST (en profondeur ou en largeur en premier lieu) et aussi constituer une colonne contenant toutes les données des étapes intermédiaires dans un tableau de ligne (ARRAY of ROW) dont la taille doit être "suffisante" pour couvrir tous les cas de figure.

Voici la syntaxe complète de la CTE avec récursivité :

```
WITH [ RECURSIVE ]  [ ( <liste_colonne> ) ]
  AS ( <requete_select> )
[ <clause_cycle_recherche> ]

with :
<clause_cycle_recherche> ::=
   <clause_recherche>
   | <clause_cycle>
   | <clause_recherche> <clause_cycle>
and :
   <clause_recherche> ::=
      SEARCH { DEPTH FIRTS BY
             | BREADTH FIRST BY  } <liste_specification_ordre>
      SET <colonne_sequence>

   <clause_cycle> ::=
      CYCLE <colonne_cycle1> [ { , <colonne_cycle2> } ... ]
      SET <colonne_marquage_cycle>
          TO <valeur_marque_cycle>
          DEFAULT <valeur_marque_non_cycle>
      USING <colonne_chemin>
```


Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

En bonus (CTE, requête récursive appliquée)

Voici une procédure stockée qui donne l'ordre exact des DELETE à effectuer dans des tables afin de vider une table de ses données, lorsque cette dernière est liée par l'intégrité référentielle :

Exemple 29

```
CREATE PROCEDURE P_WHAT_TO_DELETE_BEFORE
     @TABLE_TO_DELETE VARCHAR(128),  -- targettable to delete
     @DB              VARCHAR(128),  -- target database
     @USR             VARCHAR(128)   -- target schema (dbo in most cases)
AS

WITH

T_CONTRAINTES (table_name, father_table_name)
AS (SELECT DISTINCT CTU.TABLE_NAME, TCT.TABLE_NAME
    FROM   INFORMATION_SCHEMA.REFERENTIAL_CONSTRAINTS RFC
           INNER JOIN INFORMATION_SCHEMA.CONSTRAINT_TABLE_USAGE CTU
                 ON RFC.CONSTRAINT_CATALOG     = CTU.CONSTRAINT_CATALOG
                    AND RFC.CONSTRAINT_SCHEMA = CTU.CONSTRAINT_SCHEMA
                    AND RFC.CONSTRAINT_NAME    = CTU.CONSTRAINT_NAME
           INNER JOIN INFORMATION_SCHEMA.TABLE_CONSTRAINTS TCT
                 ON RFC.UNIQUE_CONSTRAINT_CATALOG     = TCT.CONSTRAINT_CATALOG
                    AND RFC.UNIQUE_CONSTRAINT_SCHEMA = TCT.CONSTRAINT_SCHEMA
                    AND RFC.UNIQUE_CONSTRAINT_NAME    = TCT.CONSTRAINT_NAME
    WHERE  CTU.TABLE_CATALOG = @DB
      AND  CTU.TABLE_SCHEMA  = @USR),

T_TREE_CONTRAINTES (table_to_delete, level)
AS (SELECT DISTINCT table_name, 0
    FROM   T_CONTRAINTES
    WHERE  father_table_name = @TABLE_TO_DELETE
    UNION  ALL
    SELECT priorT.table_name, level - 1
    FROM   T_CONTRAINTES priorT
           INNER JOIN T_TREE_CONTRAINTES beginT
                 ON beginT.table_to_delete = priorT.father_table_name
    WHERE  priorT.father_table_name <> priorT.table_name)

SELECT DISTINCT *
FROM   T_TREE_CONTRAINTES
ORDER  BY level

GO
```

Le cas d'auto référence est en principe intégré. Les paramètres sont :

@DB : nom de la base,

@USR : nom du schema, par défaut dbo,

@TABLE_TO_DELETE : nom de la table que vous voulez vider

UN PARI

A ce stade, les possibilités de la norme SQL:1999 comme celles offertes par MS SQL Server 2005 sont-elles capable de résoudre tout problème bien modélisé en une seule requête ? Je fais le pari que oui !

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Bibliographie :

Sur les requêtes récursives et la CTE :

- Le langage SQL : Frédéric Brouard, Christian Soutou - Pearson Education 2005
- Joe Celko's Trees & Hierarchies in SQL for Smarties : Joe Celko - Morgan Kaufmann 2004
- SQL:1999 : J. Melton, A. Simon - Morgan Kauffman, 2002
- SQL développement : Frédéric Brouard - Campus Press 2001
- SQL for Dummies : Allen G. Taylor - Hungry Minds Inc 2001
- SQL avancé : Joe Celko - Vuibert 2000
- SQL-99 complete really : P. Gulutzan, T. Pelzer - R&D Books, 1999
- SQL 3, Implementing the SQL Foundation Standard : Paul Fortier - Mc Graw Hill, 1999

Sur le problème du voyageur de commerce (PVC) et l'algorithme de Dijkstra, voir :

- **http://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_de_Dijkstra**
- **http://www.hsor.org/downloads/Speedy_Delivery_teacher.pdf**
- Précis de recherche opérationnelle : Méthodes et exercices - Robert Faure, Bernard Lemaire, Christophe Picouleau - Dunod 2004
- Exercices et Problemes Resolus de Recherche Operationnelle T1 Graphes Leurs Usages Leurs Algorithmes - Roseaux (collectif) - dunod 2004
- A Discipline of Programming - Edsger Wybe Dijkstra - Prentice Hall 1997

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.

Ce document est issu de http://www.developpez.com et reste la propriété exclusive de son auteur. La copie, modification et/ou distribution par quelque moyen que ce soit est soumise à l'obtention préalable de l'autorisation de l'auteur.